

Simulare_UPB_2024

Fie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, o funcție continuă astfel încât $f(3x) = 9f(x)$, pentru orice număr real x . Știind

că $\int_0^1 f(x)dx = 1$, să se calculeze $\int_1^3 f(x)dx$.

Soluție:

Pas 1: Vom integra egalitatea din ipoteză pe intervalul $[0,1]$ pentru a utiliza $\int_0^1 f(x)dx = 1$

$$\int_0^1 f(3x)dx = 9 \cdot \int_0^1 f(x)dx = 9 \cdot 1 = 9$$

Pas 2: Vom face substituția $3x = t \Rightarrow 3dx = dt \Rightarrow dx = \frac{1}{3}dt$; intervalul devine $[0,3]$

$$9 = \frac{1}{3} \int_0^3 f(t)dt = \frac{1}{3} \int_0^3 f(x)dx \Rightarrow 27 = \int_0^3 f(x)dx = \int_0^1 f(x)dx + \int_1^3 f(x)dx = 1 + \int_1^3 f(x)dx$$

În concluzie, $\int_1^3 f(x)dx = 26$.